Federico Rodriguez Bravo

Algebra lineal

Ejercicios del libro de Bernard Kolman,sexta edicion

Tema: Cofactores

18) Utilizar el colorario 2.3 para determinar si el siguiente sistema homogeneos tiene soluciones no triviales.

Colorario 2.3:

Si A es una matriz de $n*n$,enonces el sistema homogeneo $\mathrm{Ax}=0$ tiene una solucion no trivial si y solo si $\det(A)=0$

(a)

Lo que me dan: Me dan un sistema Homogeneo, con tres ecuaciones y tres incognitas

$$\begin{aligned} x-2y+z&=0\\ 2x+3y+z&=0\\ 3x+y+2z&=0 \end{aligned}$$

Lo que me piden: Me pide si este sistema tiene una solcion no trivial.

El proceso: Se tiene que poner el sistema en una matriz y hallar ese determinante, luego si da igual a cero(0) tiene solucion no trivial, sino tendria unica solucion, si es diferente de cero(0).

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}=$$

$$(1)(-1)^2\begin{pmatrix} 3 & 1\\ 1 & 2 \end{pmatrix}+(-2)(-1)^3\begin{pmatrix} 2 & 1\\ 3 & 2 \end{pmatrix}+(1)(-1)^4\begin{pmatrix} 2 & 3\\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=(1)(6-1)+(-2)(-1)(1)+(1)(-7)=5+2-7=0$$

Por lo tanto el sistema tiene solucion no trivial por que el $\det=0$.

17)Determine todos los valores de λ para los cuales:

b)

Nos dan estas Dos matrces y nos pide que primero hagamos una resta y luego el determinante del resultado.

$$\det(\lambda I_3 - A) = 0, \text{donde } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Lo primero que toca determinar es que es λI_3 y luego si hacer la resta.

$$(\lambda I_3 - A) = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 & 1 \\ -2 & \lambda & -1 \\ 0 & 0 & \lambda + 1 \end{pmatrix}$$

$$\det = \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 & 1 \\ -2 & \lambda & -1 \\ 0 & 0 & \lambda + 1 \end{pmatrix} = (\lambda + 1)(-1)^6 \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ -2 & \lambda \end{pmatrix}$$

Luego de la resta hallar el determinante para poder hallar los λ con el producto que sale despues de hallar el determinante

$$= \lambda^2 - \lambda(\lambda + 1) = \lambda^3 + \lambda^2 - \lambda^2 - \lambda = \lambda^3 - \lambda = \lambda(\lambda^2 - 1) = \quad \lambda = 1 \quad \rightarrow \det(\lambda I_3 - A) = 0$$

Despues de de resolver la ecuacion se halla el valor de λ se sabe con que valor el $\det = 0$